

Задание 10-1 Поплавок в трубке.

Решение

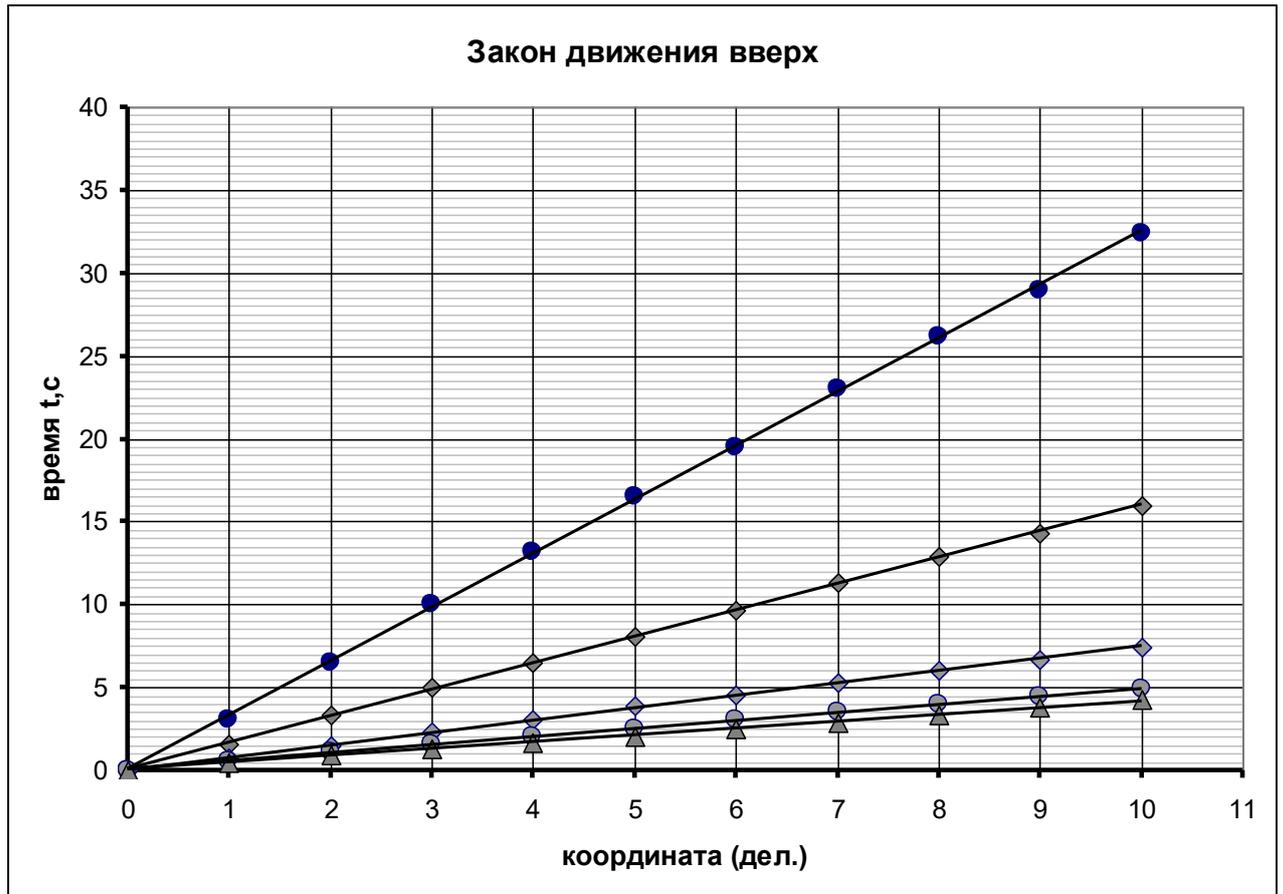
Часть 1. Движение вверх

1.1

Таблица 1. Результаты измерений и расчетов.

Длины пластилина (мм) $h \rightarrow$	7	10	14	18	23	25	
Отметка шкалы (деления) $X \downarrow$	$t(x), \text{с}$						
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
1	0,51	0,50	0,55	0,70	1,56	3,10	
2	0,95	0,96	1,08	1,48	3,31	6,50	
3	1,33	1,39	1,59	2,36	4,99	10,03	
4	1,70	1,79	2,06	3,04	6,48	13,19	
5	2,05	2,18	2,54	3,88	8,08	16,50	
6	2,46	2,76	3,04	4,57	9,68	19,52	
7	2,91	3,16	3,49	5,26	11,32	23,06	
8	3,30	3,51	3,96	6,02	12,86	26,17	
9	3,81	3,94	4,44	6,67	14,31	28,99	
10	4,28	4,37	4,92	7,44	15,96	32,37	
Средняя скорость (дел./с) $V \rightarrow$	2,303	2,053	1,341	0,627	0,308	2,303	
Погрешность скорости $\Delta V \rightarrow$	0,051	0,032	0,024	0,006	0,004	0,051	

1.2 Графики законов движения



1.3 Можно ли считать движение равномерным?

Так как графики полученных зависимостей линейны, то движение можно считать равномерным.

1.4 Метод расчета средней скорости

По МНК рассчитаны коэффициенты линейных зависимостей $t = aX + b$ и их погрешности. Скорости движения рассчитаны по формуле

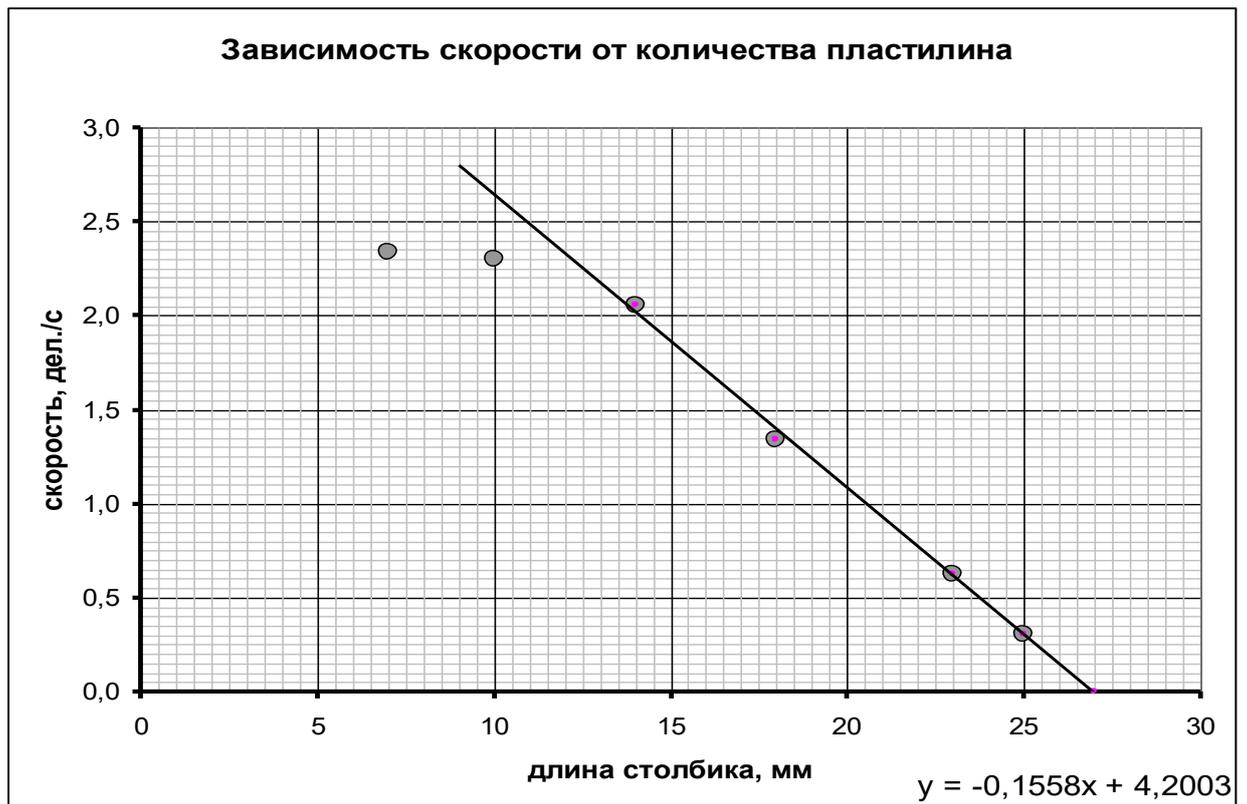
$$V = \frac{1}{a}$$

1.5 Метод расчета погрешности скорости

Погрешности измерения скорости рассчитаны по формуле

$$\Delta V = V \frac{\Delta a}{a}$$

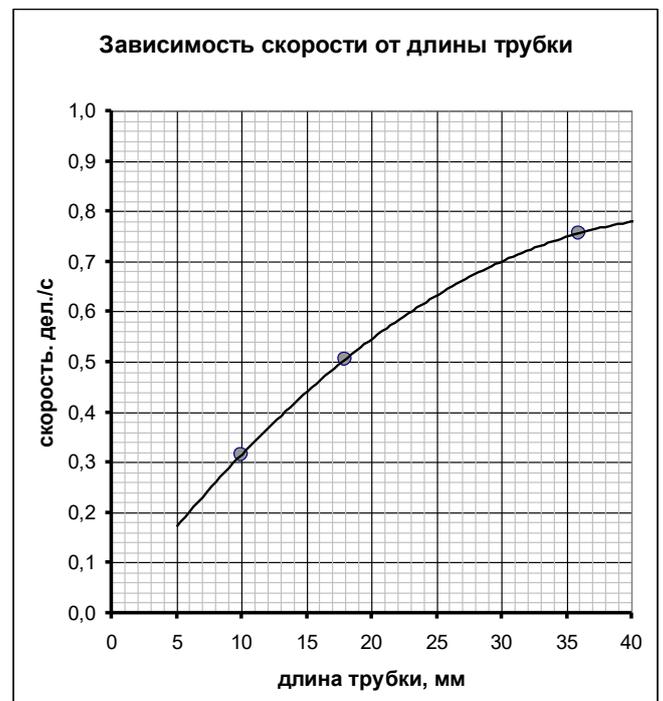
1.6 График зависимости скорости от длины столбика пластилина



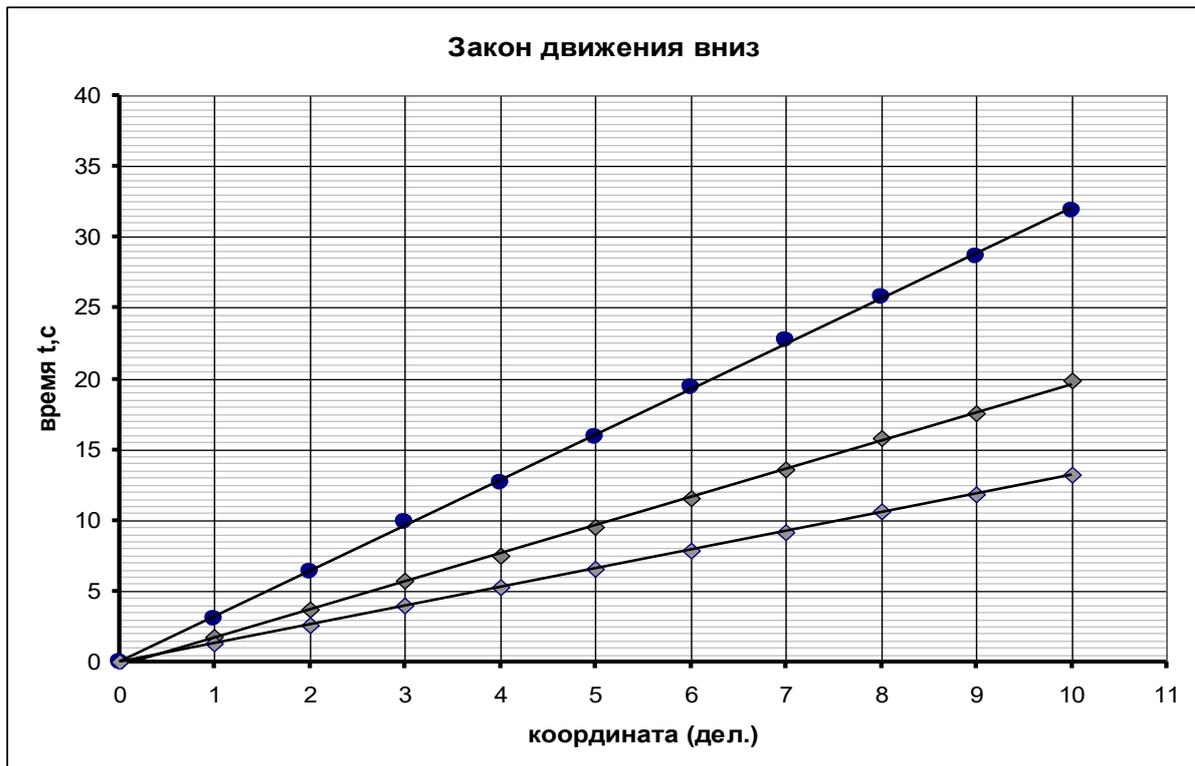
Часть 2. Движение вниз.

2.1 – 2.3 Таблица 2. Измерение законов движения, результаты расчетов.

$l \rightarrow$	10	18	36
$X \downarrow$	$t(x), c$	$t(x), c$	$t(x), c$
0	0,00	0,00	0,00
1	3,03	1,80	1,30
2	6,37	3,67	2,63
3	9,86	5,75	3,97
4	12,64	7,47	5,30
5	15,86	9,48	6,53
6	19,39	11,53	7,86
7	22,76	13,59	9,17
8	25,81	15,79	10,60
9	28,68	17,58	11,87
10	31,83	19,82	13,23
Скорость (дел./с) $V \rightarrow$	0,314	0,505	0,756



Графики законов движения



2.4 Объяснение полученной зависимости.

При увеличении длины трубки разность сил тяжести и «силы Архимеда» растет быстрее, чем сила Вязкого трения. Главное, что традиционная формула для силы Архимеда при движении поплавка не применима – эта сила становится зависящей от скорости движения поплавка

Часть 3. «Суперзадание»

3.1 Теоретическая модель

Вполне очевидно, что при малых скоростях движения и ламинарном течении жидкости между трубкой и поплавком, скорость движения поплавка пропорциональна разности плотности воды и средней плотности поплавка. При равенстве этих плотностей скорость поплавка стремится к нулю.

Полученный график зависимости подтверждает эту идею – при малых скоростях скорость всплытия линейно зависит от массы поплавка (от длины столбика пластилина внутри). По графику можно найти значение длины столбика l^* , при котором его скорость должна стать равной нулю, для этого надо продлить аппроксимирующую прямую до пересечения с осью l . По графику находим, что $l^* = 27$ мм.

Так как плотность полиэтилена примерно равна плотности воды, то при расчетах ее можно не учитывать. Средняя плотность внутренней части трубки рассчитывается элементарно (массой воздуха, естественно пренебрегаем):

$$\bar{\rho} = \frac{\rho l^*}{L} = \rho_0$$

Откуда следует, что плотность пластилина ρ может быть рассчитана по формуле

$$\rho = \rho_0 \frac{L}{l^*}$$

3.2 Рассчитанное значение плотности пластилина

$$\rho = 1,3 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

Отметим, что измерения плотности пластилина с помощью электронных весов дало значение

$$\rho = 1,4 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

Задание 10-2. Разрядка гальванического элемента

Решение.

Часть 1. Нагрузочная характеристика.

1.1 Формула зависимости напряжения от силы тока

Из закона Ома для полной цепи $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$, следует, что напряжение на внешней цепи

($U = IR$) равно

$$U = \varepsilon - IR$$

1.2 Расчетные формулы для силы тока, сопротивления цепи и мощности тока

Формулы следуют из законов Ома и Джоуля - Ленца:

Сила тока $I = \frac{U_0}{R_0}$;

Сопротивление внешней цепи: $R = \frac{U}{I}$;

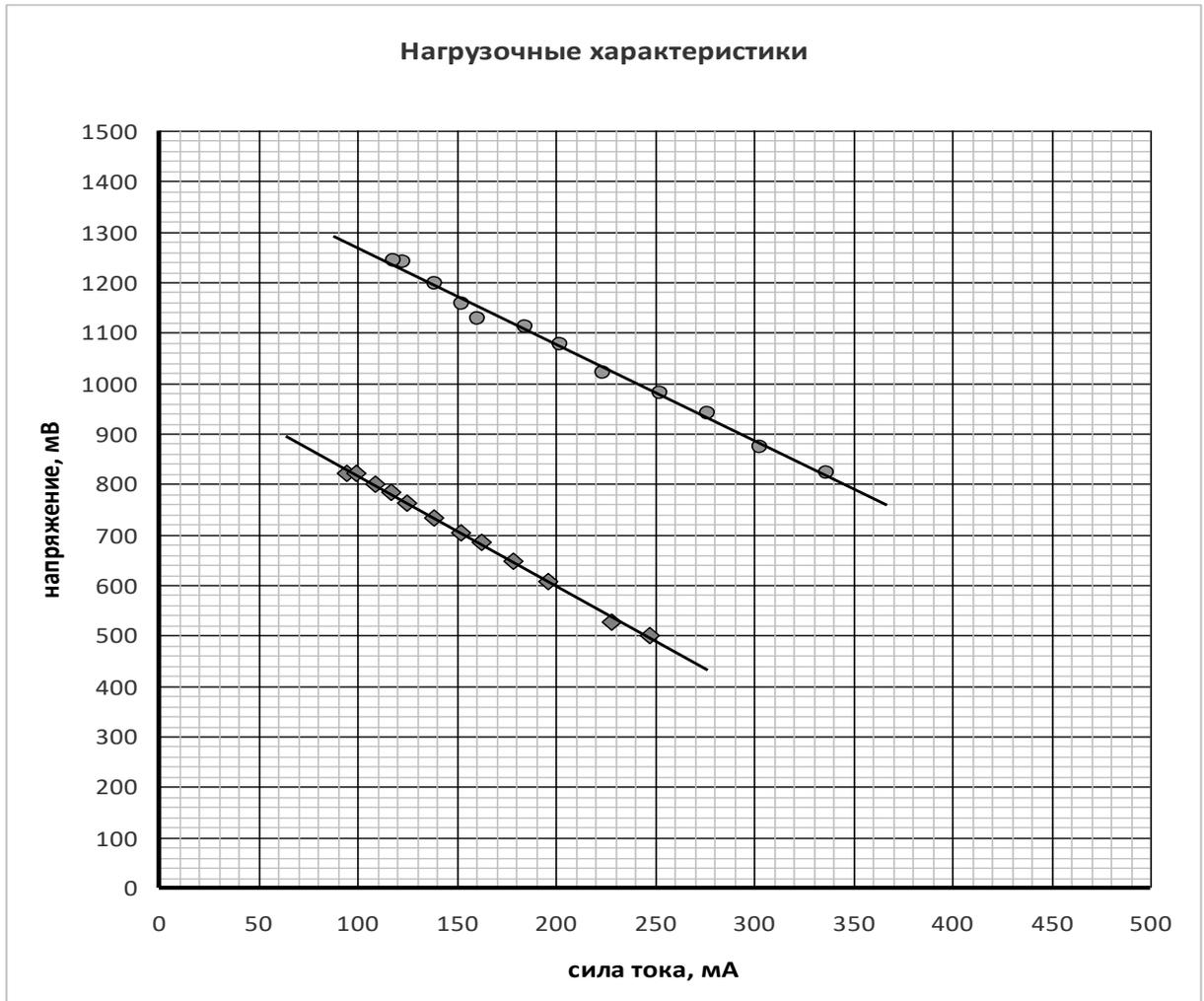
Мощность тока во внешней цепи: $P = UI$.

1.3 Результаты измерений и расчетов нагрузочной характеристики.

Таблица 1.

«свежий» элемент					разряженный элемент				
$U_0, мВ$	$U, мВ$	$I, мА$	$R, Ом$	$P, мВт$	$U_0, мВ$	$U, мВ$	$I, мА$	$R, Ом$	$P, мВт$
123	1239	123	10,07	152	94	821	94	8,73	77
118	1243	118	10,53	147	99	823	99	8,31	81
139	1196	139	8,60	166	109	800	109	7,34	87
153	1158	153	7,57	177	117	784	117	6,70	92
161	1128	161	7,01	182	125	763	125	6,10	95
185	1112	185	6,01	206	138	733	138	5,31	101
202	1078	202	5,34	218	152	704	152	4,63	107
224	1021	224	4,56	229	162	687	162	4,24	111
253	981	253	3,88	248	178	647	178	3,63	115
277	940	277	3,39	260	196	609	196	3,11	119
303	872	303	2,88	264	228	529	228	2,32	121
337	821	337	2,44	277	247	502	247	2,03	124

1.4 Графики зависимости напряжения от силы тока



1.5 Метод расчета характеристик элемента

Из формулы п. 1.1 следует, что внутреннее сопротивление равно коэффициенту наклона графика (с обратным знаком), а ЭДС – сдвигу графика.

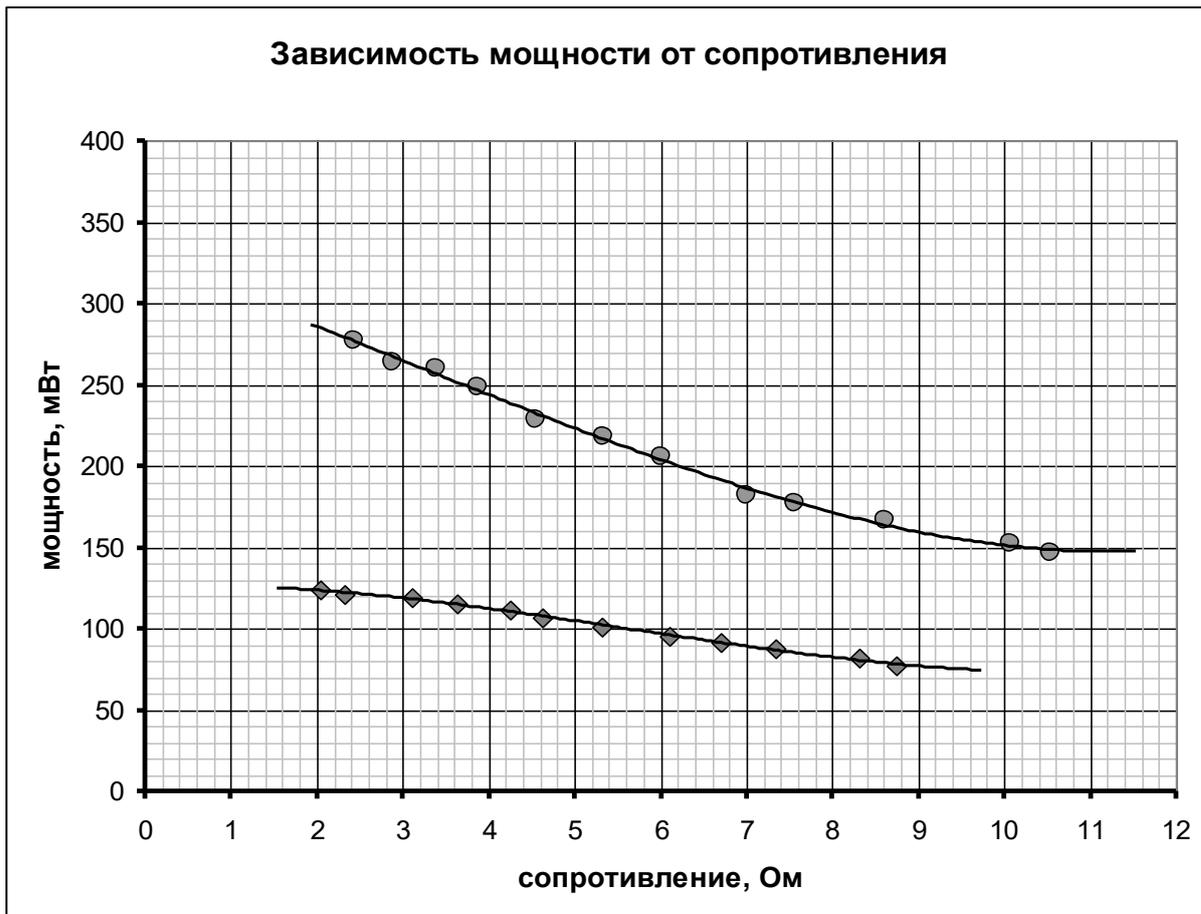
1.6 Значения параметров элемента и их погрешности

	Свежий элемент	Разряженный элемент
ЭДС ε	1460 мВ	1035 мВ
погрешность $\Delta\varepsilon$	20 мВ	10 мВ
внут. сопротивление r	1,91 Ом	2,18 Ом
Погрешность сопротивления Δr	0,10 Ом	0,06 Ом

Метод расчета, расчетные формулы

Использован МНК

1.7 Графики зависимости мощности от сопротивления



1.8 Доказательство того, что максимальная мощность во внешней цепи при $R = r$.

Мощность во внешней цепи описывается функцией

$$P = \varepsilon^2 \frac{R}{(R + r)^2}$$

Максимум этой функции достигается при $R = r$

Формула для максимальной мощности

$$P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$$

1.9 Численные значения максимальной мощности

	Свежий элемент	Разряженный элемент
Максимальная мощность	279 мВт	123 мВт

Часть 2. Разрядка гальванического элемента

2.1 Формулы для расчета ЭДС и внутреннего сопротивления

$$\varepsilon = U_1, \quad r = R_0 \left(\frac{U_1}{U} - 1 \right)$$

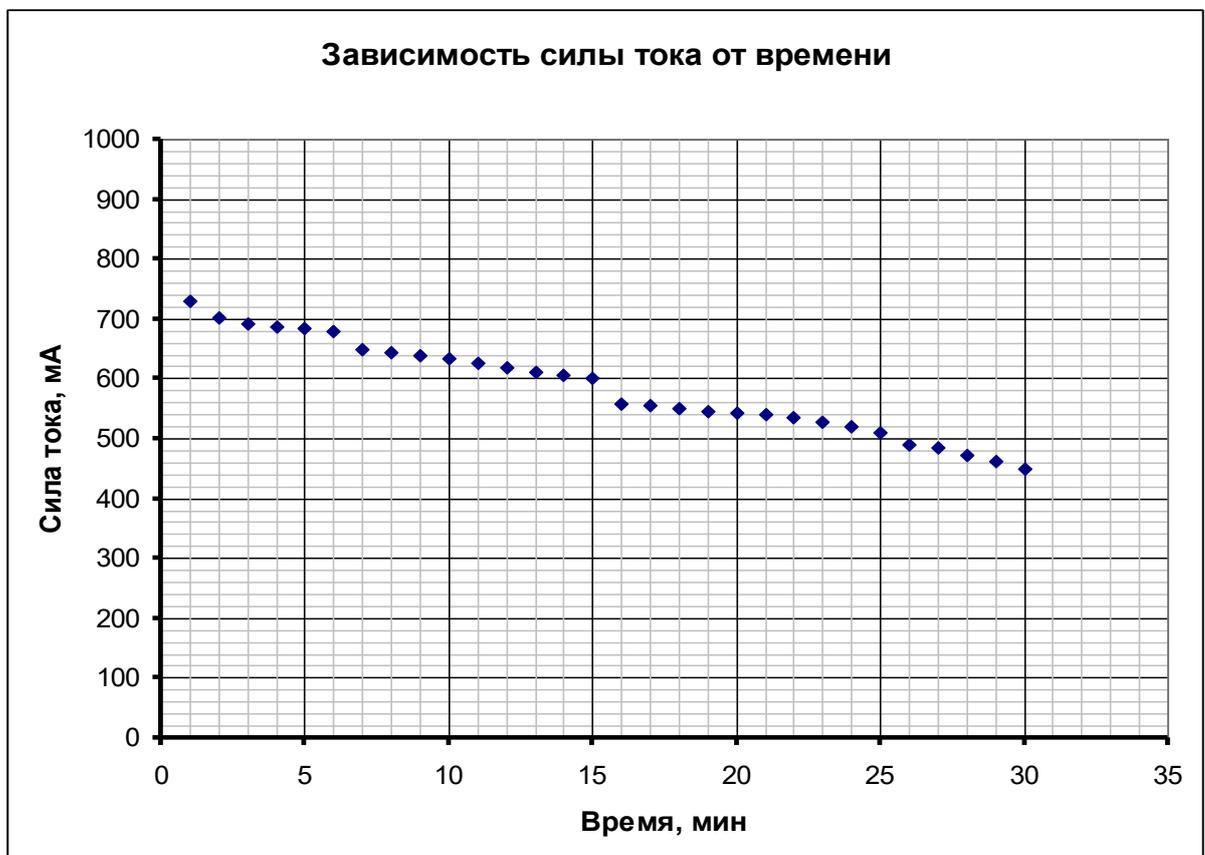
2.2 – 2.5 Таблица результатов измерений

общее время	интервал 0-5 мин					
	<i>t, мин</i>	<i>U, мВ</i>	<i>Q, мА·час</i>	<i>ЭДС, мВ</i>		<i>r_{вн}, Ом</i>
0	0	800	0,00	1446		0,888
1	1	730	12,75			
2	2	702	24,68			
3	3	693	36,31			
4	4	687	47,81			
5	5	684	59,23	1262		0,930
	интервал 5-10 мин					
	<i>t, мин</i>	<i>U, мВ</i>	<i>Q, мА·час</i>	<i>ЭДС, мВ</i>		<i>r_{вн}, Ом</i>
	0	684	59,23			
6	1	680	70,60			
7	2	649	81,68			
8	3	643	92,44			
9	4	639	103,13			
10	5	635	113,74	1235		1,039
	интервал 10-15 мин					
	<i>t, мин</i>	<i>U, мВ</i>	<i>Q, мА·час</i>	<i>ЭДС, мВ</i>		<i>r_{вн}, Ом</i>
	0	635	113,74			
11	1	626	124,25			
12	2	618	134,62			
13	3	612	144,87			
14	4	606	155,02			
15	5	600	165,07	1214		1,126
	интервал 15-20 мин					
	<i>t, мин</i>	<i>U, мВ</i>	<i>Q, мА·час</i>	<i>ЭДС, мВ</i>		<i>r_{вн}, Ом</i>
	0	600	165,07			
16	1	559	174,73			
17	2	555	184,01			
18	3	550	193,22			
19	4	545	202,34			
20	5	542	211,40	1170		1,275
	интервал 20-25 мин					
	<i>t, мин</i>	<i>U, мВ</i>	<i>Q, мА·час</i>	<i>ЭДС, мВ</i>		<i>r_{вн}, Ом</i>
	0	542,0	211,4			
21	1	541	220,43			
22	2	535	229,39			
23	3	528	238,25			
24	4	520	246,98			
25	5	511	255,58	1098		1,264
	интервал 25-30 мин					
	<i>t, мин</i>	<i>U, мВ</i>	<i>Q, мА·час</i>	<i>ЭДС, мВ</i>		<i>r_{вн}, Ом</i>
	0	500	255,575			
26	1	490	263,92			
27	2	484	272,03			
28	3	473	280,01			
29	4	461	287,79			
30	5	450	295,38	1036		1,432

Итоговая Таблица 3. Характеристики элемента в зависимости от протекшего заряда

$t, \text{ мин}$	$Q, \text{ мА}\cdot\text{час}$	ЭДС $\varepsilon, \text{ мВ}$	$r, \text{ Ом}$	$P_{\text{max}}, \text{ мВт}$
0	0	0,0	1446	0,888
5	5	59,2	1262	0,930
10	10	113,7	1235	1,039
15	15	165,1	1214	1,126
20	20	211,4	1170	1,275
25	25	255,6	1098	1,264
30	30	295,4	1036	1,432

2.3 График зависимости силы тока от времени



2.5 Методика расчета протекшего заряда Q

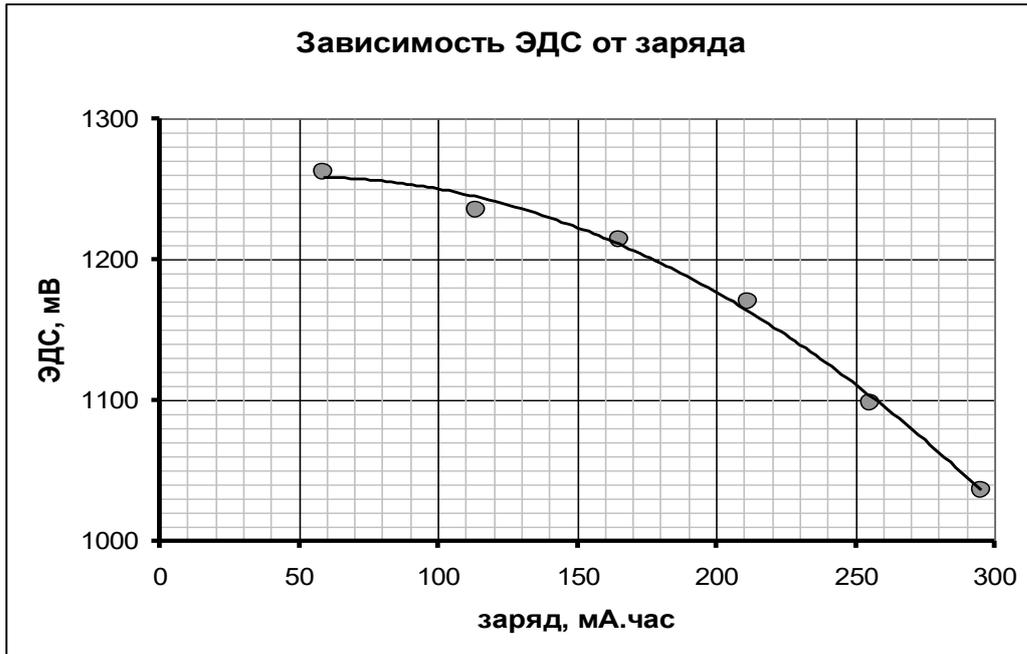
Необходимо численно суммировать (интегрировать) зависимость силы тока от времени.
В начальный момент $Q = 0$;

Далее последовательно рассчитываем

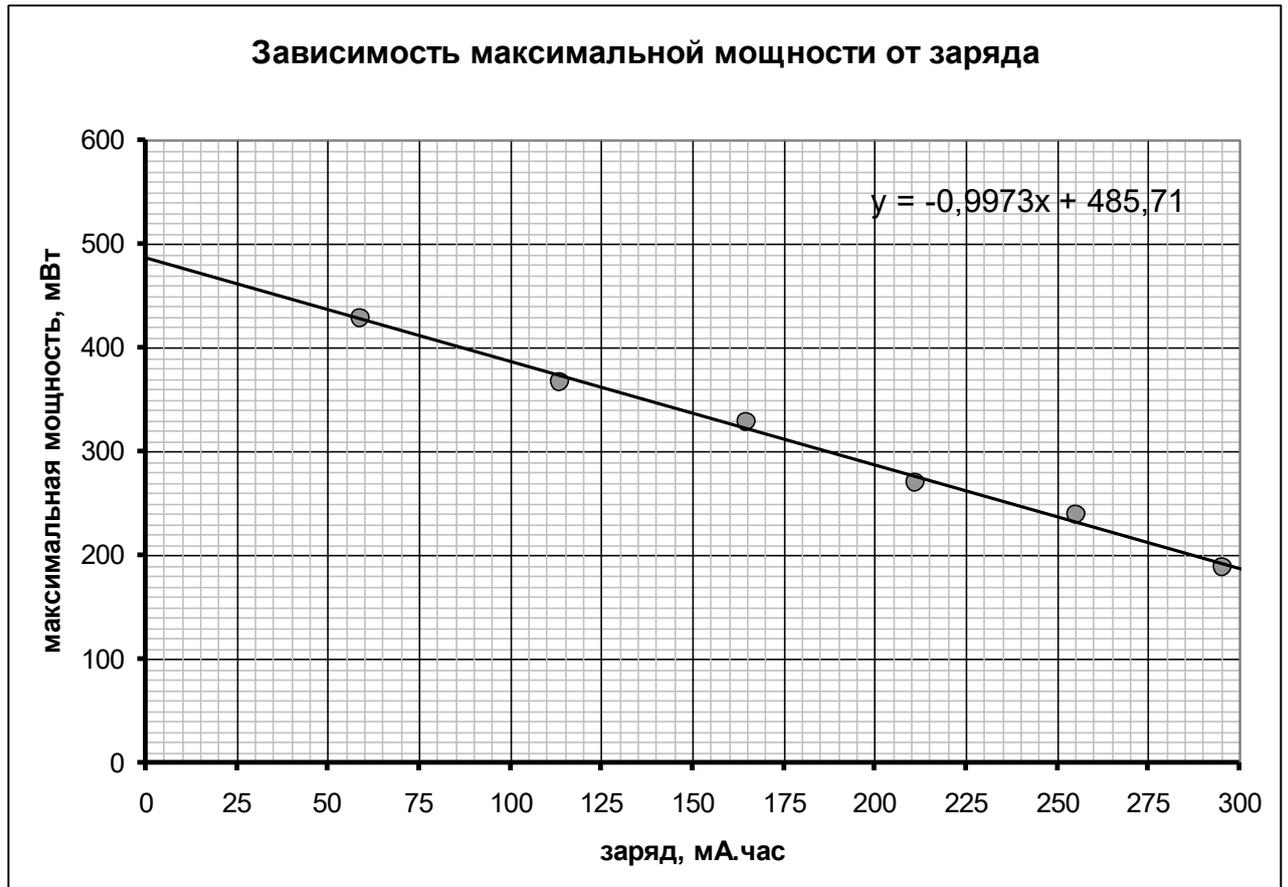
$$Q_k = Q_k + \frac{I_{k-1} + I_{k+1}}{2} \Delta t$$

Чтобы получить результат в мА час, учтем, что $\Delta t = 1 \text{ мин} = \frac{1}{60} \text{ час}$

2.6 Графики зависимости ЭДС и внутреннего сопротивления от протекшего заряда.



2.7 Зависимость максимальной мощности от заряда



2.8 Метод расчета начальной зарядовой емкости и ее численное значение.

Полученный график, как это не странно линейный. По нему легко найти коэффициент наклона (странно, но практически равен 1), и параметр сдвига по точке пересечения с осью P (примерно 500). Из этого следует, что мощность станет равной нулю при протекшем заряде примерно равном $Q \approx 500 \text{ мА} \cdot \text{час}$, это и есть ее зарядовая емкость.